

Série d'exercices**Exercice n°1 :**

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-3x+2} & \text{si } x \neq 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f.
- 2) a) Simplifier f(x) pour x ≠ 2.
- b) La fonction f est – elle continue en 2 ?

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x^2-9} & \text{si } x \neq 3 \\ m & \text{si } x = 3 \end{cases} ; m \in \mathbb{R}$$

Pour quelle valeur de m, la fonction f est continue en 3.

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur $[1, +\infty[\setminus \{0\}$ par

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

- 1) Calculer la limite de f en 2.
- 2) La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 2 ?

Si oui définir ce prolongement

Exercice n°4 :

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{2-x-2\sqrt{x+1}}{x^2+x}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition D de g.
2. a. Montrer que pour tout $x \in D$,

$$g(x) = \frac{x-8}{(x+1)(2-x+2\sqrt{x+1})}$$

- b. En déduire que g admet un prolongement par continuité en 0, que l'on déterminera.

Exercice n°5 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\text{par } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- 1) Déterminer la limite de f à gauche en 2.
- 2) Déterminer la limite de f à droite en 2.
- 3) La fonction f admet – elle une limite en 2 ?
- 4) La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 2 ?

Exercice n°6 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par :

$$f(x) = \frac{2x^2 + |x|}{x}$$

La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 0.

Exercice n°7 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2-x}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

Exercice n°8 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & \text{si } x \geq 1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f.
- 2) Montrer que f est continue en 1.
- 3) Etudier la continuité de f à droite et à gauche de -1.
- 4) Préciser l'ensemble sur lequel f est continue.

Exercice n°9 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x+4} - 2ax & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{3-2x-x^2}{|x+1|-2} & \text{si } x < 1 \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f.
- 2) a) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1.
- b) Pour la valeur de a trouvé déterminer le domaine sur lequel f est continue.
- 3) Montrer que f admet un prolongement par continuité en -3.