REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION PRINCIPALE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION :	SCIENCES EXPERIMENTALES	
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3. La page 3/3 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (3 points)

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des propositions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1) Toute suite croissante et bornée est convergente.

2) La suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = (-1)^n \sin(\frac{1}{n})$ n'admet pas de limite.

3) Soit f une fonction continue et strictement croissante sur l'intervalle $]-1, 1[$ et telle que $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$.

L'équation f(x) = 2009 admet une solution unique dans l'intervalle $]-1, 1[$.

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} (e^{-x} - x^2) = -\infty$

5) Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$. Si pour tout $x \in [2, 3]$, $2 \leq f(x) \leq 3$ alors $2 \leq \int_2^3 f(x)dx \leq 3$.

6) Toute fonction f continue sur [a, b] et telle que $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ est une fonction positive sur [a, b].

EXERCICE 2 (6 points)

Dans la figure de la page 3/3, $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point d'affixe z_B.

1) Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de z_B.

En déduire que $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

2) a) Placer sur la figure le point C d'affixe $z_C = 1 + i\sqrt{3}$.

b) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

3) On se propose de déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tels que z^3 soit un réel positif ou nul .

a) Vérifier que les points O, A et B appartiennent à E.

b) Prouver que tout point M de la demi-droite $[OB)$ appartient à E.

c) Soit z un nombre complexe non nul , de module r et d'argument θ.

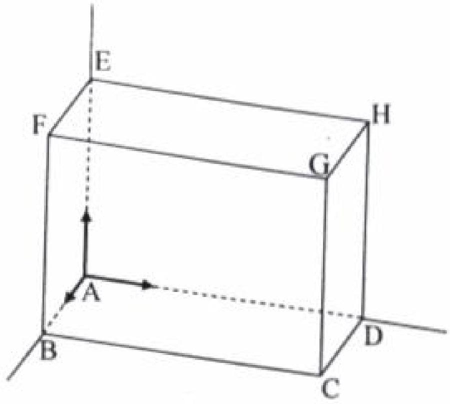
Montrer que z^3 est un réel positif si et seulement si $\theta = \frac{2k\pi}{3}$; $k \in \mathbb{Z}$.

d) En déduire que E est la réunion de trois demi-droites que l'on déterminera.

Représenter E sur la figure.

EXERCICE 3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ et ABCDEFGH est un parallélépipède tel que $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$.



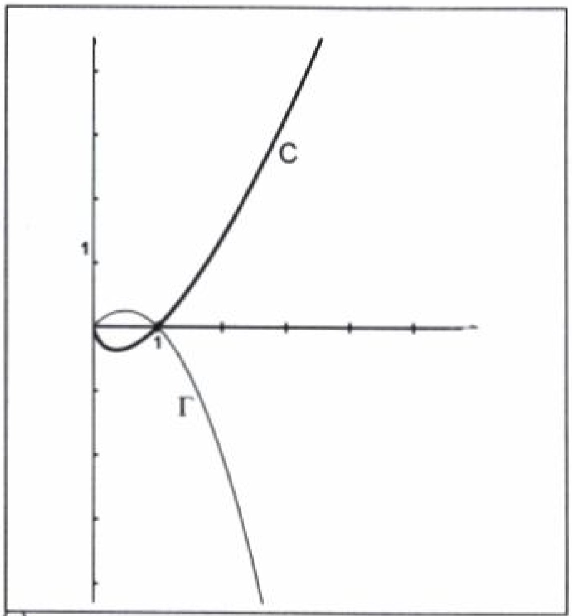
1) a) Vérifier que $\overrightarrow{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.
   b) Déterminer les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{EB}$; $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{EG}$.
   c) Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG).

2) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$.
   a) Vérifier que M décrit la droite (AG) privée du point G.
   b) Montrer que M n'appartient pas au plan (EBG).

3) Soit $\mathcal{V}$ le volume du tétraèdre MEBG.
   a) Exprimer $\mathcal{V}$ en fonction de α.
   b) Calculer le volume du tétraèdre AEBG.
   c) Pour quelles valeurs de α , $\mathcal{V}$ est-il égal au volume du parallélépipède ABCDEFGH ?

EXERCICE 4 (6 points)

1) Dans le graphique ci-contre, C et Γ sont les courbes représentatives dans un repère orthonormé, des deux fonctions u et v définies sur $\mathbb{R}_+$ par $u(x) = -x^2 + x$ et $v(x) = x \ln x$ pour $x > 0$, $v(0) = 0$.
   Par une lecture graphique
   a) Reconnaître la courbe de chacune des deux fonctions u et v.
   b) Donner le signe de $u(x) - v(x)$.



2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(0) = 0$ et
   $$f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2 \ln x \text{ , si } x > 0 \text{ .}$$
   f est-elle dérivable à droite en 0 ?

3) a) Vérifier que pour tout $x \geqslant 0$; $f'(x) = u(x) - v(x)$.
   b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C et Γ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

4) On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
   a) Etudier les variations de f.
   b) Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe $\left(O, \vec{i}\right)$ en un seul point autre que O.
   On notera α l'abscisse de ce point. Vérifier que $1{,}5 < \alpha < 1{,}6$.
   c) Tracer $\mathscr{C}_f$. (on précisera la demi-tangente à $\mathscr{C}_f$ au point O).

FEUILLE A RENDRE AVEC LA COPIE