



Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (3 points)

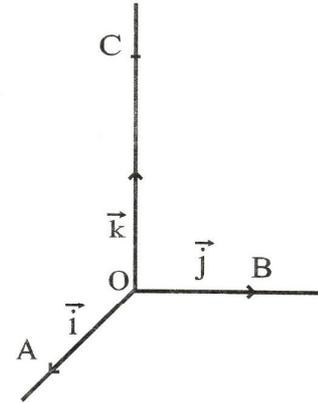
Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ et $C(0,0,2)$.

1) Le vecteur $\overline{OB} \wedge \overline{OC}$ est égal à
a/ \overline{OA} b/ $2\overline{OA}$ c/ $-2\overline{OA}$.

2) Le réel $\frac{1}{6} (\overline{AB} \wedge \overline{AO}) \cdot \overline{AC}$ est égal à
a/ 0 b/ $\frac{1}{3}$ c/ 2.



3) La droite (BC) est l'intersection des plans d'équations

a/ $x=1$ et $2y+z-2=0$.

b/ $x=0$ et $y+2z-1=0$.

c/ $x=0$ et $2y+z-2=0$.

4) Une équation de la sphère de centre O et tangente au plan (ABC) est

a/ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

b/ $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

c/ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = \frac{4}{9}$.

EXERCICE 2 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a = \sqrt{3} + i$.

- 1) a/ Donner la forme exponentielle de a .
b/ Construire le point A .

2) Soit B le point d'affixe $b = \frac{a-1}{1-\bar{a}}$.

a/ Vérifier que $b\bar{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cercle (C) .

b/ Montrer que $\frac{b-1}{a-1}$ est un réel. En déduire que les points A, B et I sont alignés.

c/ Construire le point B dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

3) Soit θ un argument du nombre complexe b .

Montrer que $\cos \theta = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin \theta = \frac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$.

EXERCICE 3 (4 points)

Le centre National de la Transfusion sanguine a diffusé le tableau ci-contre donnant la répartition des groupes sanguins en Tunisie.

Groupe	A	B	AB	O
Pourcentage	31%	18%	5%	46%

- I) 1) Quelle est la probabilité qu'un tunisien ait un sang du groupe O ?
2) Quatre donneurs se présentent dans un centre de transfusion sanguine.
a/ Quelle est la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O ?
b/ Quelle est la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez ces donneurs ?
- II) Indépendamment du groupe sanguin, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (Rh+), sinon il est dit de Rhésus négatif (Rh-).

Un individu ayant un sang de groupe O et de Rhésus négatif est appelé un donneur universel.

En Tunisie, 9% des individus du groupe O sont de Rhésus négatif.

- 1) Montrer que la probabilité qu'un tunisien soit un donneur universel est 0.0414.
2) Dans un centre de transfusion sanguine, n donneurs se présentent.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi les n donneurs.

- a/ Déterminer la loi de probabilité de X .
b/ Déterminer l'espérance de X en fonction de n .
c/ Déterminer le nombre moyen des donneurs universels parmi 5000 donneurs.

EXERCICE 4 (3 points)

A l'instant $t=0$ (t exprimé en heures) un médecin injecte à un patient une dose de 1.4mg d'une substance médicamenteuse qui n'est pas présente dans le sang. Cette substance se répartit instantanément dans le sang, ensuite elle est progressivement éliminée.

On note $Q(t)$ la quantité de substance (en mg) présente dans le sang à l'instant t , ($t \geq 0$).

On admet que la fonction $Q: t \mapsto Q(t)$ vérifie l'équation différentielle (E) : $y' + (0.115)y = 0$.

- 1) Résoudre l'équation (E).
2) a/ Justifier que $Q(t) = 1.4e^{-0.115t}$, $t \geq 0$.
b/ Donner le sens de variation de la fonction Q .
c/ Résoudre dans $[0, +\infty[$ l'équation $Q(t) = 0.7$; la solution sera arrondie à l'unité.

- 3) Pour une efficacité optimale de ce médicament, sa quantité présente dans le sang doit être comprise entre 0.7mg et 1.4mg .
Expliquer pourquoi le médecin prescrit à ce patient une injection de 0.7mg chaque six heures.

EXERCICE 5 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe (O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthonormé du plan.

C_f est la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par

$$f(x) = -\frac{x^2 + x \ln x + x}{(x+1)^2} \text{ pour } x > 0 \text{ et } f(0) = 0.$$

Le réel α est l'abscisse du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses autre que le point O .

- 1) a/ Par lecture graphique, donner le signe de $f(x)$.
b/ Montrer que $\ln \alpha = -(\alpha + 1)$.

- 2) On considère la fonction g définie sur $[\alpha, +\infty[$ par $g(x) = \frac{x \ln x}{x+1} + 1$
et on désigne par C_g la courbe représentative de g dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$.

- 3) a/ Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[\alpha, +\infty[$, $g'(x) = -\frac{f(x)}{x}$.
b/ Dresser le tableau de variation de g .
4) a/ Montrer que $g(\alpha) = 1 - \alpha$.
b/ Construire alors, sur l'annexe, le point de la courbe C_g d'abscisse α .
c/ Tracer la courbe C_g .
5) On désigne par \mathcal{A} l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par les courbes

C_g , C_f et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$.

- a) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que

$$\int_{\alpha}^1 f(x) dx = -[xg(x)]_{\alpha}^1 + \int_{\alpha}^1 g(x) dx.$$

- b/ En déduire que $\mathcal{A} = \alpha^2 - \alpha + 1$.

Epreuve : Mathématiques - Section : Sciences Expérimentales

Annexe à rendre avec la copie

