

Exercice n°1 :

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admet la représentation graphique $\mathcal{C}$ ci-contre. Les droites T_0, T_1, T_2 sont respectivement les tangentes à $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses 0, 2 et 4.

Cocher la bonne réponse :

1. Le nombre dérivé de f en 0 vaut :

- ☐ 2 ☐ 0 ☐ -1

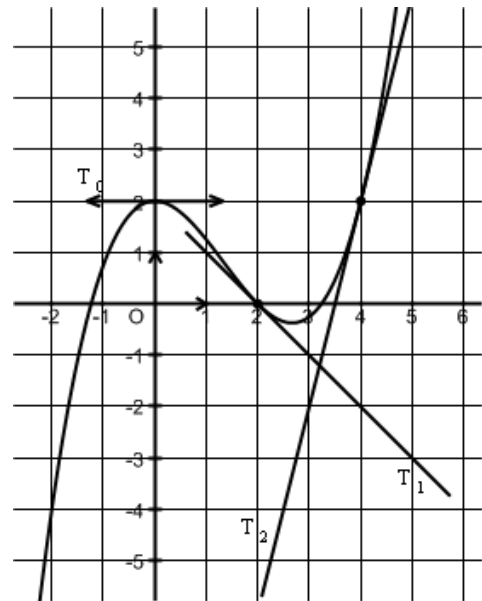
2. $f'(2)$ est égal à :

- ☐ 1 ☐ 0 ☐ -1

3. La limite, quand h tend vers 0, du quotient

$$\frac{f(4+h) - f(4)}{h} \text{ vaut :}$$

- ☐ 2 ☐ -4 ☐ 4



Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x + 1$

1. Soit x_0 un réel. Montrer que f est dérivable en x_0 et calculer $f'(x_0)$.

2. Ecrire une équation de la tangente à $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse (-1).

3. Déterminer les points de $(\mathcal{C})$ où la tangente est parallèle à la droite Δ d'équation : $y = 4x$

Exercice n°3 :

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

1. Déterminer les réels a, b et c sachant que la courbe représentative (C) de f coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse 3, l'axe des ordonnées au point B d'ordonnée 2 et qu'elle admet en ce point la droite T d'équation $y = 2x + 2$ pour tangente.

2. Tracer (C) et T .

Exercice n°4 :

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 8x + 5$

1. Former l'équation de la tangente à la représentation graphique (C_f) de f au point M_0 d'abscisse x_0

2. Déterminer les équations des tangentes à (C_f) passant par le point $A(1, -3)$.

Exercice n°5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{x+2}{x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative.

1. Soit $x_0 \in \mathbb{R}^*$. Montrer que f est dérivable en x_0 et calculer $f'(x_0)$.

2. Déterminer les points de $(\mathcal{C})$ où la tangente est perpendiculaire à la droite Δ d'équation : $y = 8x + 1$

Exercice n°6 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2 - x}$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Soit $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ Montrer que f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = \frac{-x_0^2 + 4x_0 + 5}{(2 - x_0)^2}$

2. Soit M_0 le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x_0 .

Déterminer x_0 pour que la droite $D : y = 8x - 4$ soit tangente à $\mathcal{C}_f$

Exercice n°7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x(|x| + 1)$

Montrer que f est dérivable en 0 et donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

Exercice n°8 :

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 6 & \text{si } x \leq 2 \\ \sqrt{x^2 - 4} + x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

1. Montrer que f est continue en 2.
2. Etudier la dérivabilité de f en 2.
3. Déterminer le point M_0 d'abscisse $x_0 < 2$ en lequel la tangente à la courbe C_f de f est horizontale.
4. a. Soit $x_0 > 2$, montrer que f est dérivable en x_0 et calculer $f'(x_0)$.
 b. Déterminer le point N_0 d'abscisse x_0 ($x_0 > 2$) de C_f où la tangente est parallèle à la droite D d'équation $y = (\frac{2}{\sqrt{3}} + 1)x - 2$

Exercice n°9 :

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ x + 2\sqrt{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. a. Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite en 0.
 b. Construire les demi-tangentes à C_f au point d'abscisse 0.
2. Soit $x_0 \in \mathbb{R}^*$, montrer qu'il existe un point d'abscisse x_0 qu'on précisera où la tangente à C_f en ce point soit la droite Δ d'équation $y = 2x + 1$

Exercice n°10 :

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$
 - a. Déterminer le nombre dérivé de f en 2.
 - b. Estimer $f(2,00001)$ et $f(1,99999)$.
 - c. Comparer les résultats avec ceux affichés par la calculatrice.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \sqrt{4x + 5}$
 - a. Déterminer le nombre dérivé de g en 5.
 - b. Estimer $\sqrt{25,0004}$
3. Donner une approximation de $\sqrt{4,008}$. Quelle est la valeur réelle ?

Exercice n°11 :

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x^2\sqrt{x}$

1. Etudier la dérivabilité de f en 0.
2. a. Déterminer le nombre dérivé de f en 4
 b. En déduire une approximation affine de $f(4+h)$ pour h proche de 0.
 Donner une valeur approchée de $f(4,01)$.