

Exercice n°1 :

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

- 1) $(1-i)(2-3i)$ 2) $(1-2i)(1+2i)$
 3) $(1-i)(1+2i)^2$ 4) $(1+i)^3$ 5) $(1-i)^3$

Exercice n°2 :

Déterminer \bar{z} puis calculer $z\bar{z}$ pour les nombres complexes suivants :

- 1) $z = 3 + 4i$ 2) $z = -2 - \frac{1}{3}i$ 3) $z = 3i$
 4) $z = 5$ 5) $z = (1+i)(2-3i)$ 6) $z = \frac{1}{1-2i}$
 7) $z = \frac{3-2i}{1+4i}$ 8) $z = (1-i)^5$

Exercice n°3 :

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

- 1) $\frac{3-i}{2+i}$ 2) $\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}$
 3) $\frac{i(1+i)(2-3i)}{3-i}$ 4) $\frac{1}{(1+i)^2} - \frac{i}{(1+i)^3}$

Exercice n°4 :

Comment choisir le nombre complexe z pour que :

- a) $z - \bar{z} = 4i$
 b) Le nombre $Z = z^2 + 2z - 2$ soit réel ?

Exercice n°5 :

- 1) Soit z un nombre complexe tel que $|z| = 1$ et $z \neq 1$. Montrer que $\frac{1+z}{1-z}$ est un imaginaire pur.
 2) z et z' deux nombres complexes. Montrer que si $|z| = |z'| = 1$ alors le nombre $\frac{(z+z')^2}{zz'}$ est réel.

Exercice n°6 :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points

A, B et C d'affixes respectives :
 $z_A = 1 - i$; $z_B = 4i$ et $z_C = -2 + 2i$

- 1) Placer les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

- 2) a) Calculer les modules des nombres complexes suivants $z_A - z_B$; $z_A - z_C$ et $z_B - z_C$.

b) En déduire la nature du triangle ABC.

- 3) Soit t la translation de vecteur \overline{CB} .

- a) Déterminer l'affixe du point D, image du point A par la translation t .

b) Montrer que le quadrilatère ACBD est un rectangle.

Exercice n°7 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = -2i$ et $z_B = 1 + i$.

Soit D l'ensemble des points M d'affixes z tels que $|z + 2i| = |z - 1 - i|$ (*)

- 1) En écrivant $z = x + iy$, montrer que D est une droite dont on donnera son équation.
 2) a) En interprétant géométriquement la relation (*) à l'aide des points A et B, redémontrer que D est une droite.
 b) Retrouver alors par le calcul l'équation de D obtenue à la question 1).

Exercice n°8 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On désigne par A, B, C et Ω les points d'affixes respectives :

$$z_A = 4 + \frac{5}{2}i ; z_B = 4 - \frac{5}{2}i ; z_C = 2 + \frac{3}{2}i ; z_\Omega = 4$$

- 1) a) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.
 b) En déduire qu'il est rectangle.
 2) On désigne par E l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation :
 $2|z - 4| = 5$
 a) Les points A, B et C sont-ils des points de E ?
 b) Déterminer E puis le tracer.