Exercice n°1 :

Soit ABCD un carré de côté a , $I = D * C$ et $J = B * C$

1) Exprimer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$ en fonction de a et $\cos(\widehat{IAJ})$.

2) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

http://ymaths.e-monsite.com/

3) En déduire $\cos(\widehat{IAJ})$.

Exercice n°2 :

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O de diamètre [AB], C est un point du cercle, distinct de A et de B. H est le projeté orthogonal de C sur [AB]. M est un point du segment [CH]. Montrer que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = AC^2$

Exercice n°3 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et tel que $BC = 6$

1) Calculer $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA}$.

2) Soit D le point tel que BCDA soit un parallélogramme.

a) Montrer que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD} = 0$

b) En déduire que l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CM} = 0$ est la droite passant par D et perpendiculaire à (AB).

Exercice n°4 :

ABCD est un carré de coté a $(a > 0)$

1) Construire les points E et F définis par $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BF}$ en fonction de a.

3) En déduire que les droites (AE) et (BF) sont perpendiculaire.

Exercice n°5 :

EFGH est un rectangle, avec $EH = a$ et $EF = \frac{3}{2}a$; M est le milieu de [FG] et K est défini par $\overrightarrow{HK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HG}$;

L est le projeté orthogonal de K sur (EM).

1) Calculer, en fonction de a, les produits scalaires : $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EH}.\overrightarrow{KE}$.

2) En utilisant des relations de Chasles, montrer que $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM} = \frac{5a^2}{4}$.

3) En exprimant d'une autre façon le produit scalaire $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM}$, en déduire la distance EL en fonction de a.

4) Déterminer une mesure en degrés de l'angle $\widehat{KEM}$.

Exercice n°6 :

ABCD est un parallélogramme avec AB = 4 ; AD = 5 et AC = 7.

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$. En déduire BD.

Exercice n°7 :

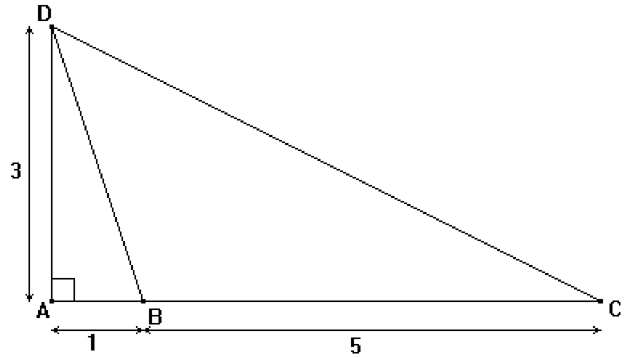
On donne un triangle ABC tel que $AB = 8$, $AC = 3$ et $\text{mes}\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{\pi}{3}$.

Calculer BC et les angles manquants.

http://ymaths.e-monsite.com/

Exercice n°8 :

On considère la figure ci-contre.



1) Calculer les produits scalaires :
$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DB}$.

2) Soit B' le point de [AD] tel que AB' = 1.
On considère le repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB'})$.

a) Donner les coordonnées des B, C et D.
b) Calculer alors $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}$.
c) En déduire cos ($\widehat{BDC}$) puis $\widehat{BDC}$.

http://ymaths.e-monsite.com/

Exercice n°9 :

Soit ABC un triangle équilatérale de coté 3cm

1) a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$.

b) Calculer $\overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD} \bullet \overrightarrow{BC}$

c) En déduire que les droites (BD) et (BC) sont perpendiculaires

d) Vérifier que CD = 6 et $\widehat{ACD} = \frac{2\pi}{3}$

e) Calculer AD^2 puis en déduire AD

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, 1) et (C, 1) et I le milieu de [BC]

a) Montrer que G est le milieu de [AI]

b) Vérifier que $GA^2 = \frac{27}{16}$ et $GB^2 = GC^2 = \frac{63}{16}$

c) Montrer que pour tout $M \in P : 2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + \frac{45}{4}$

d) En déduire et construire l'ensemble des points M suivant :

$(C) = \left\{M \in P \text{ tels que } 2MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{81}{4}\right\}$

Exercice n°10 :

Soit ABC un triangle équilatéral de coté 4cm et G son centre de gravité. I = A * C
et D le point vérifiant : $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BI}$

1) Calculer : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

2) Quelle est la nature du quadrilatère ADCB ?

3) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{M \in P \,/\, \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = 5\}$

4) a) Montrer que pour tout point $M \in P$ on a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD} + 8$

b) En déduire l'ensemble Δ des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 - 8 = 0$

5) Soit l'application $f : P \to IR \quad M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2$

a) Montrer que pour tout point $M \in P$ on a $f(M) = 3MG^2 + 16$

b) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma' = \{ M \in P \,/\, MA^2 + MB^2 + MC^2 = 43 \}$

Exercice n°11 :

Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on a : $A(1\,;2)$, $B(-1\,;-3)$.

Soit M (x ; y) un point du plan.

1) Écrire les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ en fonction de x et de y.

2) a) Déterminer l'équation de l'ensemble **C** des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 2$.

b) En déduire la nature de **C** et indiquer ses éléments caractéristiques.

http://ymaths.e-monsite.com/