

Exercice n°1 :

Soit ABCD un carré de côté a , $I = D * C$ et $J = B * C$

- 1) Exprimer $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ}$ en fonction de a et $\cos(\widehat{IAJ})$.
- 2) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$
- 3) En déduire $\cos(\widehat{IAJ})$.

Exercice n°2 :

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O de diamètre $[AB]$, C est un point du cercle, distinct de A et de B . H est le projeté orthogonal de C sur $[AB]$. M est un point du segment $[CH]$. Montrer que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AC^2$

Exercice n°3 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et tel que $BC = 6$

- 1) Calculer $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$.
- 2) Soit D le point tel que $BCDA$ soit un parallélogramme.
 - a) Montrer que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 - b) En déduire que l'ensemble des points M du plan vérifiant :
 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$ est la droite passant par D et perpendiculaire à (AB) .

Exercice n°4 :

ABCD est un carré de coté a ($a > 0$)

- 1) Construire les points E et F définis par $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CD}$
- 2) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BF}$ en fonction de a .
- 3) En déduire que les droites (AE) et (BF) sont perpendiculaires.

Exercice n°5 :

EFGH est un rectangle, avec $EH = a$ et $EF = \frac{3}{2}a$; M est le milieu de $[FG]$ et K est défini par $\overrightarrow{HK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{HG}$;

L est le projeté orthogonal de K sur (EM) .

- 1) Calculer, en fonction de a , les produits scalaires : $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{KE}$.
- 2) En utilisant des relations de Chasles, montrer que $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM} = \frac{5a^2}{4}$.
- 3) En exprimant d'une autre façon le produit scalaire $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM}$, en déduire la distance EL en fonction de a .
- 4) Déterminer une mesure en degrés de l'angle $\widehat{KEM}$.

Exercice n°6 :

ABCD est un parallélogramme avec $AB = 4$; $AD = 5$ et $AC = 7$.

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. En déduire BD .

Exercice n°7 :

On donne un triangle ABC tel que $AB = 8$, $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Calculer BC et les angles manquants.

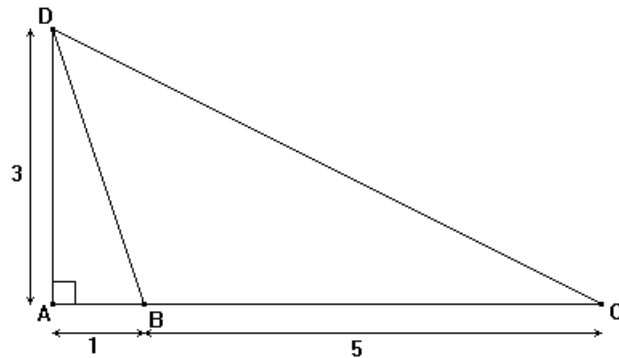
Exercice n°8 :

On considère la figure ci-contre.

- 1) Calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$.

- 2) Soit B' le point de $[AD]$ tel que $AB' = 1$.
On considère le repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB'})$.

- Donner les coordonnées des B, C et D.
- Calculer alors $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$.
- En déduire $\cos(\widehat{BDC})$ puis $\widehat{BDC}$.

**Exercice n°9 :**

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3cm

- Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$.
 - Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$
 - En déduire que les droites (BD) et (BC) sont perpendiculaires
 - Vérifier que $CD = 6$ et $\widehat{ACD} = \frac{2\pi}{3}$
 - Calculer AD^2 puis en déduire AD
- Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, 1) et (C, 1) et I le milieu de [BC]
 - Montrer que G est le milieu de [AI]
 - Vérifier que $GA^2 = \frac{27}{16}$ et $GB^2 = GC^2 = \frac{63}{16}$
 - Montrer que pour tout $M \in P$: $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + \frac{45}{4}$
 - En déduire et construire l'ensemble des points M suivant :

$$(C) = \left\{ M \in P \text{ tels que } 2MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{81}{4} \right\}$$

Exercice n°10 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 4cm et G son centre de gravité. $I = A * C$

et D le point vérifiant : $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BI}$

- Calculer : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
- Quelle est la nature du quadrilatère ADCB ?
- Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{M \in P / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 5\}$
- Montrer que pour tout point $M \in P$ on a : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - MB^2 = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{BD} + 8$
 - En déduire l'ensemble Δ des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - MB^2 - 8 = 0$
- Soit l'application $f : P \rightarrow \mathbb{R}$ $M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2$
 - Montrer que pour tout point $M \in P$ on a $f(M) = 3MG^2 + 16$
 - Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma' = \{M \in P / MA^2 + MB^2 + MC^2 = 43\}$

Exercice n°11 :

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on a : $A(1; 2)$, $B(-1; -3)$.

Soit M (x ; y) un point du plan.

- Écrire les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ en fonction de x et de y.
- Déterminer l'équation de l'ensemble C des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 2$.
 - En déduire la nature de C et indiquer ses éléments caractéristiques.