

Série Produit scalaire**Exercice n°1 :**

$EFGH$ est un rectangle, avec $EH = a$ et $EF = \frac{3}{2}a$; M est le milieu de $[FG]$ et K est défini par

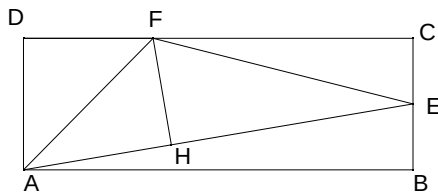
$\overrightarrow{HK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HG}$; L est le projeté orthogonal de K sur (EM) .

1. Calculer, en fonction de a , les produits scalaires : $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{KE}$.
2. En utilisant des relations de Chasles, montrer que $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM} = \frac{5a^2}{4}$.
3. En exprimant d'une autre façon le produit scalaire $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM}$, en déduire la distance EL en fonction de a .
4. Déterminer une mesure en degrés de l'angle $\widehat{KEM}$.

Exercice n°2 :

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 5$.

1. Construire C défini par $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$ et $AC = 4$.
2. Placer le barycentre D de $(A, 12)$ et $(B, -7)$ ainsi que le barycentre E de $(A, 1)$ et $(C, -3)$.
3. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$. En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BE}$.
Que représente la droite (DC) pour le triangle BED ?

Exercice n°3 :

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ cm et $AD = 2$ cm ; E est le milieu de $[BC]$ et F défini par $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$; H est le projeté orthogonal de F sur (AE) .

1. En utilisant les égalités $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$, calculer $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE}$.
On détaillera et justifiera toutes les étapes du raisonnement.
2. Pour la suite de l'exercice, on admet que $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = 14$.
 - a. En calculant d'une autre manière le produit scalaire, déterminer la longueur AH .
 - b. En calculant d'une autre manière le produit scalaire, déterminer $\cos(\widehat{EAF})$.
3. Soit I le milieu de $[FE]$ et G le centre de gravité du triangle AEF .
 - a. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF})$.
 - b. En déduire la longueur AG .

Exercice n°4 :

Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on considère les points $A(-1; 2)$, $B(0; -3)$ et $C(3; 1)$.

Un graphique complet, montrant l'ensemble de l'exercice sera réalisé.

1. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
b. Calculer les longueurs AB , AC et BC .
c. En déduire une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{ACB}$.
2. Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ puis $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{CB}$ où H est le pied de la hauteur issue de A , dans le triangle ABC .
3. a. Citer un vecteur normal de la hauteur (AH) .
b. Déterminer une équation de (AH) .
4. a. Déterminer les coordonnées de G , centre de gravité du triangle ABC .
b. G est-il un point de (AH) ?
5. a. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ACDB$ soit un parallélogramme.
b. Déterminer l'ensemble des points M du plan $\|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}\| = \frac{1}{2}AD$.