

Exercice n°1 :

I/ Montrer les égalités suivantes :

a) $(3\cos x + \sin x)^2 + (3\sin x - \cos x)^2 = 10$

b) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

c) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$

d) $\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x} - 2\tan^2 x = 2$

II/ a) Soit un réel $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ tel que $\sin \alpha = \frac{4}{5}$; Calculer $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$

b) Calculer $\sin a$, $\tan a$ et $\cot a$ sachant que $\cos a = -\frac{2}{5}$

Exercice n°2 :

1/ Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$. En déduire $\tan\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et $\cot\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

2/ Sachant que $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ et $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Calculer $\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)$, $\sin\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{10}\right)$.

Exercice n°3 :

Sans utiliser la calculatrice calculer :

A = $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

B = $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

C = $\cos^2\left(\frac{\pi}{14}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{13\pi}{14}\right)$

D = $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

E = $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) \times \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

Exercice n°4 :

Soit ABC un triangle tel que $\hat{B} = \frac{\pi}{4}$ et $\hat{C} = \frac{\pi}{3}$.

H et K sont les projetés orthogonaux respectivement de A sur (BC) et de C sur (AB) ; de plus BH = 6.

1/ Quelle est la mesure, en radians, de l'angle \hat{A} ?

2/ Calculer AC, BC, CK et AK.

3/ Déduisez – en les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Exercice n°5 :

Résoudre dans $[0, \pi]$ les équations suivantes :

1/ $(2\cos x - 1)(2\sin x - \sqrt{2}) = 0$

2/ $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$

3/ $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$

4/ $\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

5/ $3 - \tan^2 x = 0$