

Trigonométries**Exercice n°1 :**1) Montrez que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

a) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

b) $\sin^4 x (3 - 2\sin^2 x) + \cos^4 x (3 - 2\cos^2 x) = 1$

<http://ymaths.e-monsite.com/>2) Montrez que pour tout $x \neq \frac{k\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$ on a : $\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \times \sin^2 x$ **Exercice n°2 :**Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin 2x - \cos^3 x$ 1) Calculez les images par f des réels $\frac{17\pi}{6}$ et $\frac{-29\pi}{4}$ 2) Montrez que pour tout réel x , on a : $f(\pi - x) = -f(x)$ 3) Calculez $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et en déduire $f\left(\frac{4\pi}{3}\right)$.4) Montrez que pour tout x de $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, on a : $|f(x)| \leq 1$ **Exercice n°3 :**1) Montrez que : $\cos(3\pi + x) + \cos(4\pi - x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = 0$

2) Calculez (sans utiliser la calculatrice) :

a) $\cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12}$

b) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \times \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$

c) $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$

Exercice n°4 :1) Calculez : $A = \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{5\pi}{8}$ et $B = \sin \frac{\pi}{16} \sin \frac{3\pi}{16} - \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{3\pi}{16}$ 2) Montrez que pour tout réel x on a : $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 3) Montrez que pour tous réels x et y , on a :

$$\sin(x - y) \cos(x + y) = \sin x \cos x - \sin y \cos y$$

$$\sin(x + y) \sin(x - y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x$$

Exercice n°5 :1) Montrez que : $\cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$ 2) En déduire que : $\sin^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ **Exercice n°6 :**Dans cet exercice, on donne : $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ Calculez la valeur exacte de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ puis de $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.**Exercice n°7 :**Soit $f(x) = 4 \sin x \cos^3 x - \sin 2x$ 1) Montrez que $f(x) = \frac{1}{2} \sin(4x)$ 2) En déduire que : $f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + f\left(x + \frac{2\pi}{6}\right) = 0$ <http://ymaths.e-monsite.com/>